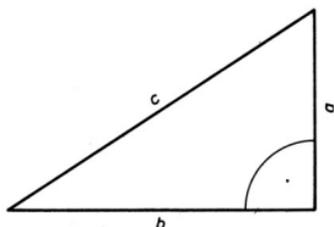


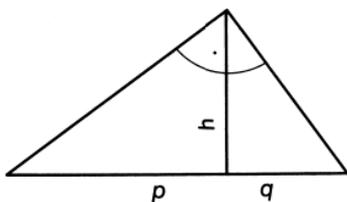
1. Geometrische Beziehungen

1.1 Pythagoreischer Lehrsatz (nur für rechtwinklige Dreiecke)



$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= c^2 \\c^2 - a^2 &= b^2 \\c^2 - b^2 &= a^2\end{aligned}$$

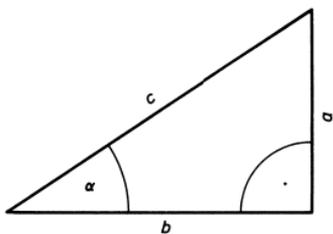
Höhensatz



$$h^2 = p \cdot q$$

1.2 Trigonometrie

Trigonometrische Funktionen



$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{a}{b}; & a &= \tan \alpha \cdot b; & b &= \frac{a}{\tan \alpha} \\ \sin \alpha &= \frac{a}{c}; & a &= \sin \alpha \cdot c; & c &= \frac{a}{\sin \alpha} \\ \cos \alpha &= \frac{b}{c}; & b &= \cos \alpha \cdot c; & c &= \frac{b}{\cos \alpha} \\ \cot \alpha &= \frac{b}{a}; & b &= \cot \alpha \cdot a; & a &= \frac{b}{\cot \alpha}\end{aligned}$$

Weitere Beziehungen:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Supplementwinkel (ergeben zusammen 180°)

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

Additionstheoreme

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

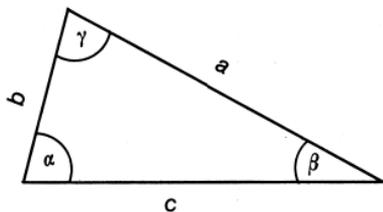
$$\text{Sonderfall: } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\text{Sonderfall: } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

oder:

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

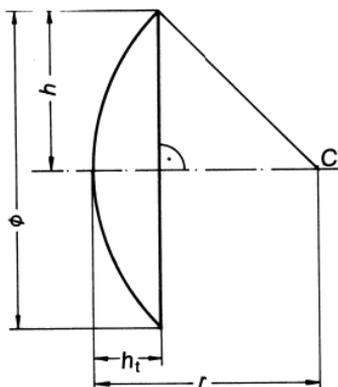
Cosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

1.3 Krümmungsradien und Scheiteltiefen bei Spiegeln und Linsen



$$r = \frac{h^2 + h_t^2}{2 \cdot h_t}; \quad h = \frac{\varnothing}{2}$$

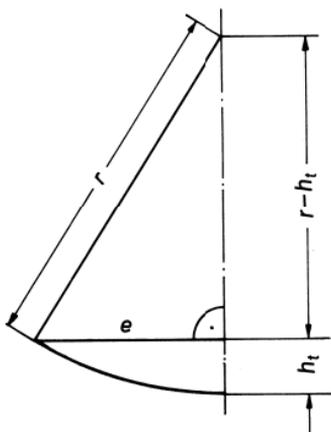
$$h_t = r - \sqrt{r^2 - h^2}$$

r = Krümmungsradius

h = halber Spiegel- oder
Linsendurchmesser

h_t = Scheiteltiefe (= Pfeilhöhe)

1.4 Krümmungsradius mit Sphärometer



$$r = \frac{e^2 + h_t^2}{2 \cdot h_t}$$

r = Krümmungsradius

e = Abstand zwischen
mittlerem und
äußerem Taststift

h_t = Messtiefe der Krümmung
(= Pfeilhöhe)
(= Verschiebung des beweglichen Stiftes aus der Nulllage)

2. Geometrische Optik

2.1 Reflexion des Lichts

Ebene Spiegel

Ablenkung eines Lichtstrahls

$$\delta = 2 \cdot \alpha$$

δ = Ablenkungswinkel

α = Drehungswinkel des Spiegels

Spiegelbilder am Winkelspiegel

Maßgebend für die Zahl n der Bilder am Winkelspiegel, der den Winkel α einschließt, ist der Quotient $q = \frac{360^\circ}{\alpha}$ oder – wenn dieser nicht ganzzahlig ist – sein abgerundeter Wert $\text{Tr}(q)$.

Für die Zahl der Spiegelbilder sind 4 Hauptfälle zu unterscheiden:

1) $q = \frac{360^\circ}{\alpha}$ ist **ganzzahlig und ungerade** (z. B. $\alpha = 120^\circ$, $q = 3$)

Dann ist $n = q = \frac{360^\circ}{\alpha}$ für alle Positionen des Objektes.

2) $q = \frac{360^\circ}{\alpha}$ ist **nicht ganzzahlig, aber $\text{Tr}(q)$ ungerade**
(z. B. $\alpha = 100^\circ$, $q = 3,6$ also $\text{Tr}(q) = 3$)

Dann ist a) $n = \text{Tr}(q)$

falls das Objekt innerhalb des Grenzwinkels

$$\tau = [\text{Tr}(q) + 1] \cdot \alpha/2 - 180^\circ$$

bei einer Spiegelfläche steht.

b) $n = \text{Tr}(q) + 1$

für alle anderen Positionen des Objektes.

3) $q = \frac{360^\circ}{\alpha}$ ist **ganzzahlig und gerade** (z. B. $\alpha = 90^\circ$, $q = 4$)

Dann ist $n = q - 1 = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$ für alle Positionen des Objektes.

4) $q = \frac{360^\circ}{\alpha}$ ist nicht ganzzahlig, aber $\text{Tr}(q)$ gerade
 (z. B. $\alpha = 80^\circ$, $q = 4,5$ also $\text{Tr}(q) = 4$)

Dann ist a) $n = \text{Tr}(q) + 1$

falls das Objekt innerhalb des Grenzwinkels
 $\gamma = 180^\circ - \text{Tr}(q) \cdot \alpha/2$
 bei einer Spiegelfläche steht.

b) $n = \text{Tr}(q)$

für alle andern Positionen des Objektes.

Sphärische Spiegel (Kugelspiegel)

Längen und Dioptrien

$$D = \frac{1}{f'}$$

f' = Länge (Brennweite) in **Metern**

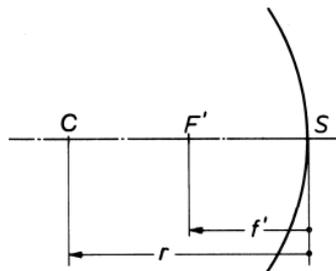
D = Brechwert in Dioptrien (dpt)

1 dpt ist also der Kehrwert eines Meters

$$1 \text{ dpt} = \frac{1}{1 \text{ m}}$$

„**Brechwert**“ **sphärischer Spiegel** (Sammel- = Konvex- und Zerstreuungs- = Konkavspiegel)

$$D = \frac{1}{f'} \text{ wobei } f' = -\frac{r}{2} \text{ bzw. } r = -2f'$$



D = Brechwert in dpt

r = Krümmungsradius in m

f' = Brennweite in m

Vorzeichenregelung:

Von S aus in Lichtrichtung +
 gegen Lichtrichtung -

Lichtrichtung normalerweise
 von links nach rechts

Ausnahme: Brennweite: Konkavspiegel +
 Konvexspiegel -

Ermittlung der Spiegelbrennweite mit Hilfe des Sphärometers

$$f' = -\frac{0,26}{D_{\text{mess}}}$$

f' = Spiegelbrennweite in m

D_{mess} = Sphärometerbrechwert (am Sphärometer abgelesener Wert)
in dpt (Sphärometer auf $n = 1,52$ geeicht)

2.2 Abbildungen mit sphärischen Spiegeln

Abbildungsgleichung für Spiegel (BAD-Formel)

$$-A' = A + D; \quad A' = \frac{1}{a'}; \quad a' = \text{Bildweite in m}$$

$$A = -A' - D; \quad A = \frac{1}{a}; \quad a = \text{Dingweite in m}$$

$$D = -A' - A; \quad D = \frac{1}{f'}; \quad f' = \text{Brennweite in m}$$

$D = \text{Wirkung} (\hat{=} \text{Brechwert}) \text{ in dpt}$

Anstatt a' war früher b , anstatt A' war B üblich. Grundform der Abbildungsgleichung für Spiegel lautete somit:

$$-B = A + D \quad (\text{BAD-Formel für Spiegel})$$

wobei $B = \frac{1}{b}$; $b = \text{Bildweite in m}$

Die umgestellte BAD-Formel erhält man, indem man in den obigen Formeln A' durch B ersetzt.

Es gilt auch:

$$a' = \frac{-a \cdot f'}{a + f'}; \quad a = \frac{-a' \cdot f'}{a' + f'}; \quad f' = \frac{-a \cdot a'}{a + a'}$$

Bildgrößenformel für Spiegel

$$\frac{y}{y'} = -\frac{a}{a'}; \quad y = -\frac{a}{a'} \cdot y'; \quad \begin{array}{l} y = \text{Dinggröße} \\ y' = \text{Bildgröße} \end{array}$$

$$y' = -\frac{y}{a} \cdot a'; \quad a = -\frac{y}{y'} \cdot a'; \quad a \text{ und } a' \text{ wie oben!}$$

$$a' = -\frac{a \cdot y'}{y}; \quad a' = f'(\beta' - 1)$$

$$a = f' \left(\frac{1}{\beta'} - 1 \right)$$

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{f'} = \frac{f'}{z} = -\frac{a'}{a};$$

β' = Abbildungsmaßstab
Für β' kann auch M stehen.

z und z' siehe unten (Newtonsche Gleichung)

Auch hier kann a' durch b ersetzt werden, um auf die bisher üblichen Formeln zu kommen.

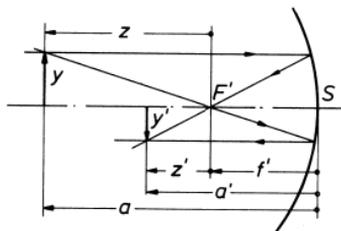
y bzw. y' positiv, wenn aufrecht

y bzw. y' negativ, wenn kopfstehend

Beachte: f' ist bei Konkavspiegeln negativ.

Vorzeichenregelung bezüglich Lichtrichtung beachten! (vergleiche Seite 11).

Newton'sche Abbildungsgleichung für Spiegel



$$z \cdot z' = +(f')^2$$

z = Abstand des Objekts vom Brennpunkt im

z' = Abstand des Bildes vom Brennpunkt im

$$z = a + f'$$

$$z' = a' + f' \quad (\text{bzw. } z' = b + f')$$

z und z' werden von F' aus gemessen. Vorzeichenregelung bezüglich Lichtrichtung beachten! (vergleiche Seite 11).

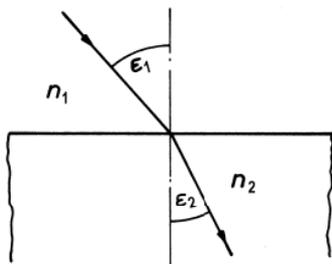
Abbildung bei unendlicher Dingweite

$$y' = -f' \cdot \tan w;$$

y' und f' siehe Seiten 12 und 13
 $w = \sigma =$ Neigungswinkel des Hauptstrahls gegen die optische Achse.

2.3 Lichtbrechung, Polarisation, Wellenlehre, Beugung

Brechungsgesetz



$$n_1 \cdot \sin \varepsilon_1 = n_2 \cdot \sin \varepsilon_2$$

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$\varepsilon_1 =$ Einfallswinkel

$\varepsilon_2 =$ Brechungswinkel (= Ausfallswinkel)

$n_1 =$ Brechzahl des Mediums vor der brechenden Fläche

$n_2 =$ Brechzahl der brechenden Fläche

Definition der Brechzahl (= Brechungsindex)

$$n_{\text{Stoff}} = \frac{c_0}{c_{\text{Stoff}}} \approx \frac{c_{\text{Luft}}}{c_{\text{Stoff}}}$$

$c =$ Lichtgeschwindigkeiten

Für Vakuum: $c_0 = 299\,792,46$ km/s

Für Luft: $c_L \approx 299\,700$ km/s

Ist das umgebende Medium Luft, also $n_1 = 1$, so gilt auch:

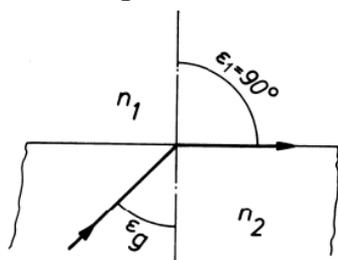
$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = n_2$$

Die Winkel sind immer zwischen Lichtstrahl und Lot zu messen!

Beachte: Normblatt DIN 1305 schreibt für die Winkelbezeichnung den Buchstaben ε vor. In der Praxis ist aber auch noch i üblich!

Grenzwinkel der Totalreflektion

$$\sin \varepsilon_g = \frac{n_1}{n_2}$$



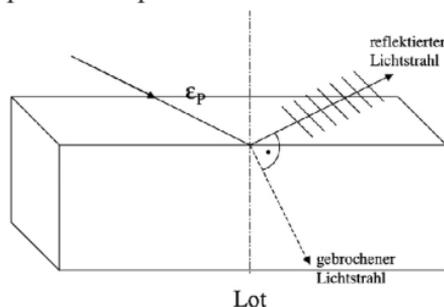
n_1 = Brechzahl des optisch dünneren Stoffes (kleiner)
 n_2 = Brechzahl des optisch dichteren Stoffes (größer)
 ε_g = Grenzwinkel

Brewstersches Gesetz (Polarisation durch Reflexion an nicht metallischen Flächen)

$$\tan \varepsilon_P = \frac{n_2}{n_1}$$

ε_P = Polarisationswinkel
 n_2 = Brechzahl des reflektierenden Mediums
 n_1 = Brechzahl des umgebenden Mediums

Beim Einfallswinkel $\varepsilon_i = \varepsilon_P$ ist das reflektierte Licht vollständig polarisiert parallel zur Grenzfläche.



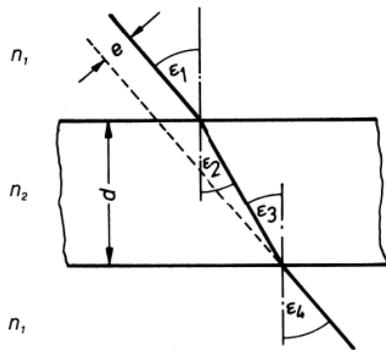
→ Licht schwingt parallel zur reflektierenden Fläche

ε_P Brewsterwinkel wenn reflektierter und gebrochener Lichtstrahl 90° zueinander stehen

Lot

Planparallele Platte

1) Bildverschiebung (Parallelverschiebung)



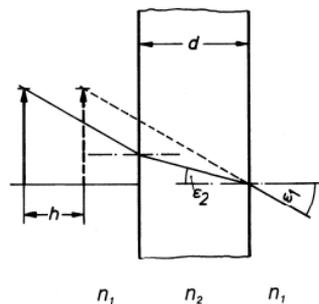
ε_1 = Einfallswinkel
 ε_2 = Brechungswinkel
 d = Plattendicke
 e = Bildverschiebung

$$e = \frac{d \cdot \sin(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\cos \varepsilon_2}; \quad \sin \varepsilon_2 = \frac{\sin \varepsilon_1 \cdot n_1}{n_2}$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_4$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3$$

2) Scheinbare Lageänderung (= Bildversetzung längs der Achse)



h = Maß, um welches das Bild nähergerückt erscheint
 d = Plattendicke
 n_1 = Brechzahl des umgebenden Mediums
 n_2 = Brechzahl der Platte

$$h = \frac{d(n_2 - n_1)}{n_2}$$

Näherungsformel, gilt nur für kleine Einfallswinkel